Calcul littéral

I. Distributivité simple

$$\boxed{k \times (a + b) = k \times a + k \times b}$$

Définition : Développer un produit c'est le transformer en une somme en utilisant la distributivité.
Factoriser une somme c'est la transformer en produit en utilisant la distributivité.

Exemples : Développer et réduire l'expression suivante : $7(2x + 4)$

……………………

Exemples : Trouver le facteur commun et factoriser l'expression : $15x \; + \; 2y \times 5x$

……………………………………

Propriétés : On peut supprimer certaines parenthèses en appliquant les règles ci-dessous.
Si a et b sont deux nombres relatifs :

$$\boxed{(a+b) + \ldots = a + b + \ldots} \qquad \boxed{\ldots + (a+b) = \ldots + a + b}$$

$$\boxed{\ldots - (a+b) = \ldots - a - b} \qquad \boxed{\ldots - (a-b) = \ldots - a + b}$$

Exemple : Supprimer correctement les parenthèses et réduire les expressions suivantes :

$(x + 4) \; - \; (5x + 3)$

……………………………………

……………………………………

$(2 + x) \; - \; (-5 - 3x)$

……………………………………………

……………………………………………

II. La double distributivité

La méthode :

On distribue a

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

On distribue b

Exemple : Développer et réduire les deux expressions suivantes :

$A = (x+2)(x-3)$

$B = (2x-3)(3x-4)$

....

....

III. Identité remarquable

Pour tout nombres relatifs a et b, on a la formule : $(a+b)(a-b) \underset{\text{Factoriser}}{\overset{\text{Développer}}{=}} a^2 - b^2$.

Démonstration : $(a+b)(a-b) = a \times a - a \times b + b \times a - b \times b$

$$= a^2 - ab + ba - b^2$$

$$= a^2 - b^2$$

Exemples : $21 \times 19 = (20+1)(20-1) = 20^2 - 1^2 = 400 - 1 = 399$

$16^2 - 15^2 = (16+15)(16-15) = (16+15) \times 1 = 31$

IV. Equation

Définition : Une équation du premier degré est une équation de la forme $\mathbf{ax + b = c}$ avec a, b et c des nombres connus. Le nombre $\mathbf{x}$ est appelé l'**inconnue** de l'équation.

Propriété : Pour tout nombres a, b et c, avec $a \neq 0$, l'équation $ax + b = c$ admet une **unique solution**.

Exemple : Résolution de l'équation $\mathbf{4x - 1 = -9}$

$4x - 1 = -9$

On ajoute 1 de chaque côté : $4x - 1 + \mathbf{1} = -9 + \mathbf{1}$

$4x = -8$

On divise par 4 de chaque côté : $\dfrac{4x}{\mathbf{4}} = \dfrac{-8}{\mathbf{4}}$

$x = -2$

La solution de cette équation est donc le nombre -2.

Propriété (produit nul): Etant donnés deux nombres x et y, si $x \times y = 0$ alors $x = 0$ ou $y = 0$.

IV. Equation

Définition : Une équation du premier degré est une équation de la forme $\mathbf{ax + b = c}$ avec a, b et c des nombres connus. Le nombre $\mathbf{x}$ est appelé l'**inconnue** de l'équation.

Propriété : Pour tout nombres a, b et c, avec $a \neq 0$, l'équation $ax + b = c$ admet une **unique solution**.

Exemple : Résolution de l'équation $\mathbf{4x - 1 = -9}$

$4x - 1 = -9$

On ajoute 1 de chaque côté : $4x - 1 + \mathbf{1} = -9 + \mathbf{1}$

$4x = -8$

On divise par 4 de chaque côté : $\dfrac{4x}{\mathbf{4}} = \dfrac{-8}{\mathbf{4}}$

$x = -2$

La solution de cette équation est donc le nombre -2.

Propriété (produit nul): Etant donnés deux nombres x et y, si $x \times y = 0$ alors $x = 0$ ou $y = 0$.

$4x - 1 = -9$

On ajoute 1 de chaque côté : $4x - 1 + \mathbf{1} = -9 + \mathbf{1}$

$4x = -8$

On divise par 4 de chaque côté : $\dfrac{4x}{\mathbf{4}} = \dfrac{-8}{\mathbf{4}}$

$x = -2$

La solution de cette équation est donc le nombre -2.

$4x - 1 = -9$

On ajoute 1 de chaque côté : $4x - 1 + \mathbf{1} = -9 + \mathbf{1}$

$4x = -8$

On divise par 4 de chaque côté : $\dfrac{4x}{\mathbf{4}} = \dfrac{-8}{\mathbf{4}}$

$x = -2$

La solution de cette équation est donc le nombre -2.

$4x - 1 = -9$

On ajoute 1 de chaque côté : $4x - 1 + \mathbf{1} = -9 + \mathbf{1}$

$4x = -8$

On divise par 4 de chaque côté : $\dfrac{4x}{\mathbf{4}} = \dfrac{-8}{\mathbf{4}}$

$x = -2$

La solution de cette équation est donc le nombre -2.

$4x - 1 = -9$

On ajoute 1 de chaque côté : $4x - 1 + \mathbf{1} = -9 + \mathbf{1}$

$4x = -8$

On divise par 4 de chaque côté : $\dfrac{4x}{\mathbf{4}} = \dfrac{-8}{\mathbf{4}}$

$x = -2$

La solution de cette équation est donc le nombre -2.